

Penerapan Algoritme Kruskal dalam Perancangan Distribusi Listrik di Perumahan Rama Biru Asri

Akmal Mahardika Nurwahyu Pratama - 13521070¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

113521070@mahasiswa.itb.ac.id

Abstrak—Biaya pembangunan distribusi listrik tidak murah. Listrik menuju konsumen didistribusikan melalui kabel. Perancangan pohon merentang minimum untuk sistem distribusi listrik membantu mengurangi biaya yang diperlukan. Perumahan Rama Biru Asri membentuk pola yang membuat tata letak sarana distribusi listrik pada suatu gang akan menyerupai tata letak gang lain. Pohon merentang minimum, bagian dari graf, dapat dicari menggunakan algoritme Kruskal. Algoritme ini dapat dimodifikasi berdasarkan keadaan atau masalah yang akan diselesaikan.

Kata kunci—graf, algoritme Kruskal, *minimum spanning tree*, distribusi listrik.

I. PENDAHULUAN

Biaya pembangunan distribusi aliran listrik tidak murah. Populasi masyarakat semakin meningkat diikuti dengan peningkatan kebutuhan listrik. Hal tersebut disebabkan listrik telah menjadi kebutuhan primer bagi masyarakat akibat dari kemajuan teknologi. Banyak alat yang diciptakan atau dikembangkan bertenaga listrik. Alat-alat tersebut mempermudah masyarakat dalam melaksanakan kegiatan harian. Pembangunan sistem distribusi listrik memerlukan suatu teknik agar meminimalkan penggunaan biaya. Salah satu caranya adalah dengan mengaplikasikan teori graf.

Aplikasi graf telah dipakai pada berbagai cabang ilmu, contohnya ilmu kimia menggunakan graf untuk memvisualisasikan sebuah senyawa atau unsur dan pembuatan aliran listrik pada *integrated circuit* yang tidak boleh tumpang-tindih dengan graf planar. Selain itu, terdapat aplikasi graf, yaitu dengan menggunakan pohon.

Aplikasi pohon dari graf salah satunya adalah penentuan pohon merentang minimum. Penentuan pohon merentang minimum adalah cara untuk meminimalkan suatu harga terhadap relasi. Aplikasi ini sudah diterapkan, misal, dalam pembuatan sistem distribusi listrik atau dalam pembuatan jalan raya yang menghubungkan semua tempat.

Perumahan Rama Biru Asri adalah sebuah daerah yang terletak di Kecamatan Cileunyi, Kabupaten Bandung. Perumahan ini berada di daerah Gunung Manglayang sehingga masih terdapat pepohonan. Daerah ini cukup unik karena jarang ditemui rumah di jalan utama, yaitu jalan yang menghubungkan ke perumahan atau kompleks lain (gambar 1 memperlihatkan jalan utama yang menghubungkan ke perumahan Langgeng di

sebelah kiri dan ke kompleks Manglayang di sebelah kanan). Keunikan juga ada pada perumahan yang di tempatkan pada gang-gang dengan lebar jalan sekitar 3 meter.

Beberapa rumah pada gang Rama Biru Asri masih dalam pembangunan. Oleh karena itu, tata letak atau petak tanah dan sarana lain dapat terlihat jelas. Contoh sarannya adalah tiang distribusi listrik yang sudah dipasang.

Keunikan perumahan Rama Biru Asri membuat daerah tersebut terlihat seperti graf berupa pohon. Setiap "sub-pohon" atau gang terdapat sekitar 10 hingga 20 petak tanah atau rumah. Pola ini membuat tata letak sarana pada gang lain akan mirip dengan tata letak sarana pada gang yang lain. Hal tersebutlah yang menginspirasi penulis untuk mengambil topik pada daerah ini, distribusi listrik (kabel) yang diperlukan secara minimum dengan algoritme Kruskal.



Gambar 1 Denah jalan pada perumahan Rama Biru Asri (sumber: <https://earth.google.com/>)

II. LANDASAN TEORI

A. Graf

Graf, cabang ilmu matematika, merupakan gambaran struktur objek-objek diskrit dan relasi antara objek tersebut. Objek-objek tersebut dinyatakan dengan simpul (*vertices* atau *nodes*) dan hubungan antara objek dinyatakan dengan sisi (*edge*).

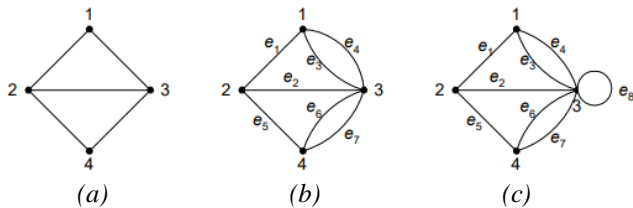
Sebuah graf G di definisikan sebagai $G = (V, E)$ dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul dan $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul. Elemen himpunan sisi, misalnya, $e = (u, v)$ artinya e menghubungkan simpul u dengan simpul v .

Terdapat beberapa pembagian graf.

1) Graf berdasarkan keberadaan sisi gelang atau ganda.

Graf dibagi menjadi dua. Graf sederhana, yaitu graf yang tidak memiliki sisi gelang maupun sisi ganda. Graf tak-

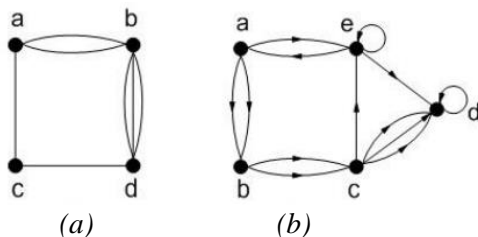
sederhana, yaitu graf yang memiliki sisi ganda atau gelang. Graf dengan sisi ganda saja disebut graf ganda (*multi-graph*) sedangkan graf yang mengandung sisi gelang atau ganda disebut graf semu (*pseudo-graph*).



Gambar 2 Jenis graf berdasarkan keberadaan sisi gelang atau ganda. (a) graf sederhana, (b) graf ganda, (c) graf semu (sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>)

2) Graf berdasarkan keberadaan orientasi arah pada sisi.

Graf dibagi menjadi dua. Graf tak-berarah (*undirected graph*) adalah graf yang tidak memiliki orientasi arah. Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*) adalah graf yang tiap sisinya memiliki arah.



Gambar 3 Jenis graf berdasarkan keberadaan orientasi. (a) graf tak-berarah (b) graf berarah (sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>)

Terdapat banyak terminologi graf. Beberapa diantaranya:

1) Ketetanggaan (*Adjacent*).

Dua simpul disebut 'bertetangga' jika dua simpul itu langsung terhubung.

2) Beririsan (*Incidency*).

Misal terdapat sembarang sisi $e = (u, v)$, e beririsan jika dan hanya jika e beririsan dengan simpul u atau simpul v.

3) Graf kosong (*null graph*).

Graf dengan himpunan sisi E yang kosong atau graf yang hanya berisi himpunan simpul tanpa relasi disebut graf kosong.

4) Derajat (*degree*).

Jumlah sisi yang beririsan dengan simpul disebut derajat simpul.

5) Lintasan (*path*).

Lintasan adalah barisan yang berawal dari simpul v_0 sampai simpul v_n yang melewati sisi beririsan e_i ($i = 1, 2, \dots, n$) sehingga terbentuk $v_0, e_1, v_2, e_2, \dots, e_i, v_n$. Panjang lintasan adalah n ($n \geq 0$) atau jumlah sisi yang dilewati.

6) Sirkuit (*Circuit*).

Sirkuit adalah lintasan dengan simpul awal sama dengan simpul akhir.

7) Keterhubungan (*Connected*).

Dua simpul disebut terhubung jika terdapat lintasan antara

dua simpul tersebut. Graf G adalah graf terhubung jika terdapat lintasan untuk setiap v_i dan v_j dengan $v_i, v_j \in V$.

8) Upagraf (*subgraph*).

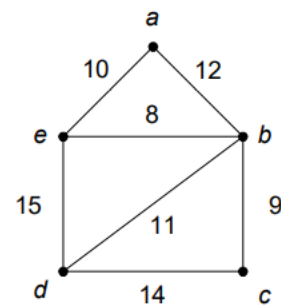
Graf $G_1 = (V_1, E_1)$ disebut upagraf dari $G = (V, E)$ jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$. Pembentukan upagraf dapat menambah jumlah komponen graf, yaitu jumlah maksimum upagraf terhubung.

9) Upagraf merentang (*spanning subgraph*).

Upagraf G_1 disebut upagraf merentang jika $V_1 = V$ sehingga G_1 dengan G hanya terdapat pemutusan atau penghapusan sisi.

10) Graf berbobot (*weight graph*).

Graf dengan setiap sisi diberi harga adalah graf berbobot. Secara penggambaran, graf bobot digambarkan dengan menaruh besaran pada tiap sisi atau relasi.



Gambar 4 Graf berbobot

(sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf>)

Dalam simplifikasi perhitungan komputasional, graf dapat direpresentasikan dengan sebuah matrix [4]. Matriks ketetanggaan salah satunya. Matriks ketetanggaan merupakan matriks persegi yang tiap elemennya menandakan ketetanggaan dari dua simpul. Sebuah matriks ketetanggaan $A = [a_{ij}]$ dengan a_{ij} , adalah elemen relasi simpul v_i dengan v_j maka

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika } v_i \text{ dengan } v_j \text{ bertetangga} \\ 0 & \text{jika tidak bertetangga.} \end{cases}$$

Dalam terminologi graf berbobot, elemen matriks ketetanggaan dapat diubah menjadi

$$a_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \text{harga antara simpul jika bertetangga} \\ \infty & \text{jika tidak bertetangga.} \end{cases}$$

Matrix ini juga dapat berperan ketika sebuah terdapat dua graf isomorfik, yaitu penggambaran geometri graf secara berbeda, tetapi terdapat korespondensi satu-satu terhadap kesamaan simpul, derajat, dan ketetanggaan simpul.

$$\begin{matrix} & a & b & c & d & e \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} & \begin{bmatrix} \infty & 12 & \infty & \infty & 10 \\ 12 & \infty & 9 & 11 & 8 \\ \infty & 9 & \infty & 14 & \infty \\ \infty & 11 & 14 & \infty & 15 \\ 10 & 8 & \infty & 15 & \infty \end{bmatrix} \end{matrix}$$

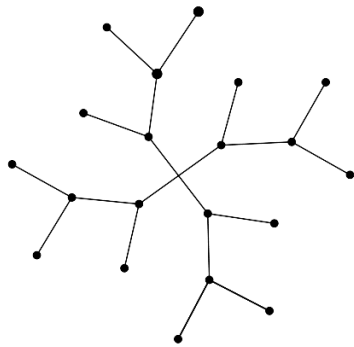
Gambar 5 Representasi matriks ketetangaan dengan elemennya menandakan bobot untuk graf pada gambar 3 (sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf>)

B. Pohon dan Algoritme Kruskal

1) Pohon (tree).

Pohon adalah graf terhubung dan tak-berarah yang tidak memiliki sirkuit. Pohon tidak dapat membentuk sisi gelang atau sisi ganda sehingga pohon adalah graf sederhana. Sebuah graf tidak berarah adalah sebuah pohon jika dan hanya jika terdapat lintasan unik antara dua simpul [4].

Jika graf tak-berarah yang tidak memiliki sirkuit termasuk graf tak-terhubung, graf disebut hutan.



Gambar 6 Hutan dengan dua pohon (sumber: dibuat dengan <https://app.diagrams.net/>)

Pohon merentang (*spanning tree*) adalah upagraf merentang berbentuk pohon. Setiap graf terhubung setidaknya memiliki satu pohon merentang [3]. Oleh karena itu, graf sederhana terhubung jika dan hanya jika memiliki pohon merentang [4].

Pohon merentang minimum (*minimum spanning tree*) adalah graf berbobot yang membentuk pohon dengan jumlah bobot paling kecil dibanding kemungkinan pohon merentang lain. Konsep ini sering dipakai untuk pembuatan suatu jalur agar mendapat biaya paling kecil.

2) Algoritme Kruskal.

Algoritme Kruskal adalah salah satu algoritme pencarian pohon merentang minimum. Langkah-langkah menemukan pohon merentang minimum dimulai dari inialisasi yang opsional yaitu sisi-sisi graf diurut menaik berdasarkan bobotnya. Selanjutnya :

1. Langkah 1: inialisasi pohon T kosong
2. Langkah 2: pilih sisi (u,v) dari graf G dengan bobot minimum dan tidak membentuk sirkuit di T. Tambahkan (u,v) ke dalam pohon T.
3. Ulangi langkah 2 sebanyak n-1 kali.

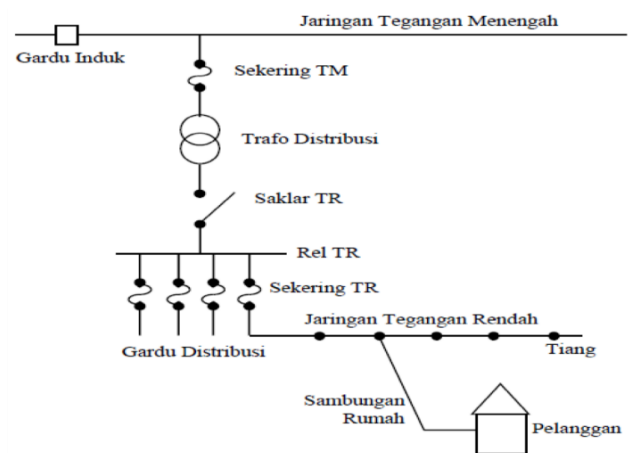
```

procedure Kruskal(input G : graf, output T : pohon)
{ Membentuk pohon merentang minimum T dari graf terhubung -
berbobot G.
Masukan: graf-berbobot terhubung G = (V, E), dengan |V| = n
Keluaran: pohon rentang minimum T = (V, E')
}
Deklarasi
i, p, q, u, v : integer
Algoritma
( Asumsi: sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik
berdasarkan bobotnya - dari bobot kecil ke bobot
besar)
T ← {}
while jumlah sisi T < n-1 do
  Pilih sisi (u,v) dari E yang bobotnya terkecil
  if (u,v) tidak membentuk siklus di T then
    T ← T ∪ {(u,v)}
  endif
endfor
  
```

Gambar 7 pseudocode algoritme Kruskal (sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>)

C. Sistem Distribusi Listrik Tegangan Menengah ke Tegangan Rendah

Sistem distribusi listrik berperan dalam penyaluran energi listrik dari sumber pembangkit daya listrik sampai ke konsumen. Tegangan pada saluran distribusi primer, gardu induk, yang berkisar antara 70kV sampai 500kV diturunkan tegangannya menjadi 220/380V oleh gardu distribusi. Tegangan rendah tersebut disalurkan melalui kabel listrik hingga sampai ke konsumen sehingga listrik mengalir dari tegangan rendah ke tegangan tinggi. Kabel listrik tersebut dapat digantungkan pada tiang-tiang atau ditanam di dalam tanah. Oleh karena itu, distribusi listrik pada selalu berakhir pada konsumen.

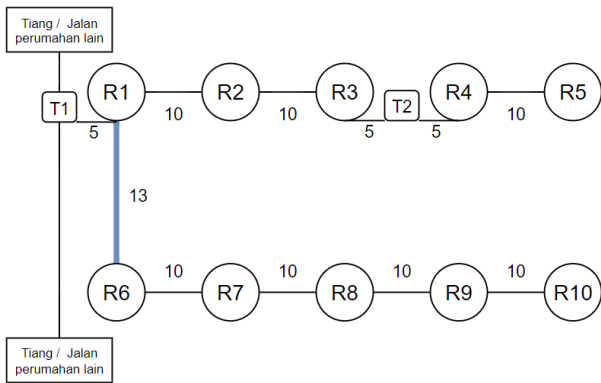


Gambar 8 Diagram distribusi listrik ke konsumen (sumber: buku Teknik Distribusi Tenaga Listrik (Suhadi, dkk))

III. ANALISIS KASUS

A. Pembentukan Graf

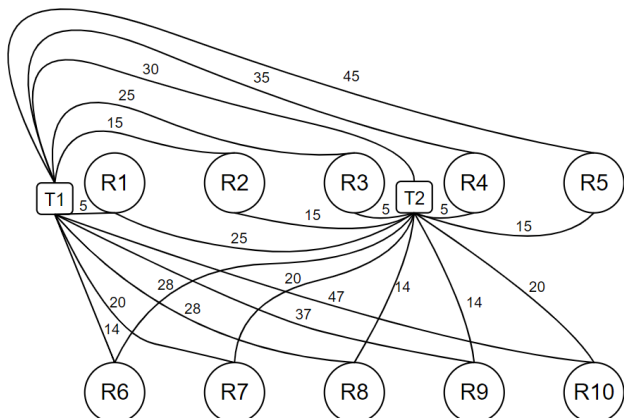
Setelah, melakukan pengumpulan data, denah salah satu gang perumahan didapat. Jarak antara rumah dengan rumah dan rumah dengan tiang di perumahan Rama Biru Asri diperoleh sebagai berikut:



Gambar 9 Denah jalan perumahan rama biru asri (sumber: dibuat dengan <https://app.diagrams.net/>)

Sisi pada gambar 8 menunjukkan jarak antar objek (simpul) dalam satuan meter. Jarak antara tiang gang dengan tiang gang yang lain berkisar 14 meter sampai 25 meter sehingga tidak dicantumkan. Tiang T1 berada sejajar dengan objek dari R1 hingga R5. Tiang T1 adalah sumber listrik utama. Garis berwarna biru menunjukkan lebar gang ditambah dengan 10 meter sehingga lebar gang sebenarnya 3 meter.

Denah tersebut diambil saat masih pembangunan sehingga rumah R1 hingga R10 masih berupa tanah petak berukuran 10x6 meter. Jarak di antara rumah adalah jarak dari titik tengah ke titik tengah yang lain. Oleh karena itu, graf berbobot yang menunjukkan sambungan distribusi listrik dibuat dengan mengasumsikan T1 dan T2 terhubung dan setiap rumah dapat terhubung dengan T1 dan T2, tetapi antara rumah tidak dapat terhubung. Oleh karena sebuah graf dapat digambar dengan berbeda bentuk geometri, gambar 10 merupakan visualisasi panjang kabel yang menghubungkan tiap simpul.



Gambar 10 Graf berbobot menunjukkan panjang kabel (sumber: dibuat dengan <https://app.diagrams.net/>)

B. Pencarian Pohon Merentang Minimum dengan Algoritma Kruskal

Dari gambar 9, lakukan inisialisasi dengan mendata bobot tiap sisi lalu diurutkan pada tabel I. Pengurutan bobot dimulai dari rumah atau tiang dengan nomor terkecil jika terdapat bobot yang sama pada sisi yang berbeda.

Tabel I Urutan sisi berdasarkan node

No	Sisi	Bobot
1	(T1, R1)	5
2	(T2, R3)	5
3	(T2, R4)	5
4	(T1, R6)	14
5	(T2, R8)	14
6	(T2, R9)	14
7	(T1, R2)	15
8	(T2, R2)	15
9	(T2, R5)	15
10	(T1, R7)	20
11	(T2, R7)	20
12	(T2, R10)	20
13	(T1, R3)	25
14	(T2, R1)	25
15	(T1, R8)	28
16	(T2, R6)	28
17	(T1, T2)	30
18	(T1, R4)	35
19	(T1, R9)	37
20	(T1, R5)	45
21	(T1, R10)	47

Dengan menggunakan algoritma Kruskal, Langkah pembuatan pohon merentang minimum setelah inisialisasi adalah membuat *null* graf dengan meniadakan semua sisi pada graf. Setelah itu, Pemilihan sisi dengan bobot terkecil dan tidak membentuk sirkuit berada pada tabel II. Diketahui pula terdapat 12 simpul.

No	sisi (jumlah sisi / jumlah bobot)	Pohon merentang (dibuat dengan https://app.diagrams.net/)
1	(T1,R1) (1/5)	
2	(T2,R2) (2/10)	
3	(T2,R4) (3/15)	
4	(T1,R6) (4/29)	

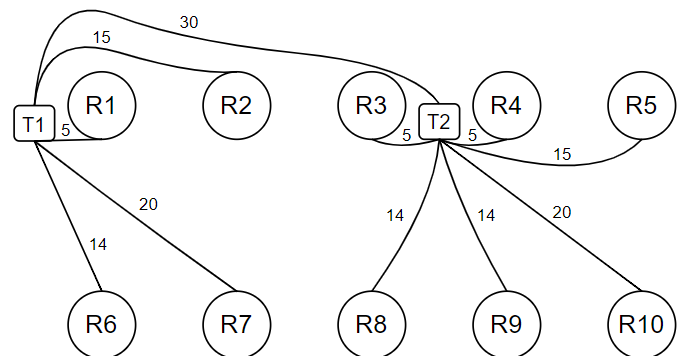
5	(T2,R8) (5/43)	
6	(T2,R9) (6/57)	
7	(T1,R2) (7/72)	
8	(T2,R2) (8/87)	
9	(T2,R5) (9/102)	
10	(T1,R7) (10/122)	
11	(T2,R10) (11/142)	
Pohon selesai terbentuk karena jumlah sisi telah sama dengan jumlah simpul dikurang 1		

Dengan mengasumsikan terdapat algoritme pemilihan simpul dengan bobot terkecil, pohon minimum terbentuk. Oleh karena, perbandingan jumlah sisi dengan jumlah simpul dikurang satu ($11 < 12 - 1$) telah salah atau telah “keluar loop”, pohon merentang minimum telah terbentuk.

C. Analisis terhadap Hasil Pohon Merentang Minimum

Hasil pohon merentang minimum yang ditunjukkan pada tabel II nomor 11 membutuhkan 142 meter kabel. Akan tetapi, hasil pohon tersebut bertentangan dengan landasan teori yang menyimpulkan distribusi listrik selalu berakhir pada konsumen. Pertentangan tersebut terlihat pada simpul (T2, R2) karena listrik mengalir dari T1, tiang T2 mendapat sumber listrik dari rumah R2.

Pembentukan pohon merentang minimum membutuhkan inialisasi lain, yaitu dengan menginisiasi sisi pohon (T1, T2) terhubung. Dengan cara yang sama dan dengan inialisasi tersebut, pohon merentang minimum yang sesuai terdapat pada gambar 11. Gambar 11 merepresentasikan panjang minimal kabel untuk distribusi listrik di Rama Biru Asri.



Gambar 11 Pohon merentang minimum yang disesuaikan (sumber: dibuat dengan <https://app.diagrams.net/>)

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Pohon merentang minimum pada gambar 11 dapat diaplikasikan pada gang Rama Biru Asri yang serupa.

Algoritme Kruskal adalah algoritme yang efektif untuk meminimalkan beban yang diperlukan. Penerapan inialisasi bebas, bukan hanya berupa pohon kosong, dapat membuat graf yang diperlukan semakin akurat. Akurat yang dimaksud adalah keakuratan berdasarkan ilmu lain yang menggunakan teori graf dalam memecahkan permasalahan.

Kajian dari makalah ini dapat dikembangkan lebih lanjut dalam merancang distribusi listrik pada daerah yang lebih luas. Sebagai contoh, bukan hanya menggunakan pohon merentang minimum, teori seperti graf planar agar kabel tidak berbelit atau agar kabel dapat ditanam di dalam tanah. Penggunaan graf berwarna untuk membedakan fungsi tiap kabel tiang listrik (telepon, internet, atau listrik). Pengembangan juga dapat dilakukan pada arah visualisasi graf yang awalnya hanya berupa bidang datar menjadi bidang tiga dimensi.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT. Atas

limpahan rahmat dan kemudahan-Nya , penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik. Banyak pihak yang telah mendukung dalam pembuatan makalah ini. Penulis berterima kasih kepada seluruh pihak yang telah membantu dalam pembuatan makalah ini. Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dr. Nur Ulfa Maulidevi, S.T., M.Sc. sebagai dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit yang telah mengajar materi sehingga penulis paham dan dapat menuangkan ide dalam bentuk makalah ini. Penulis memohon maaf apabila terdapat kesalahan baik disengaja, maupun tidak dalam penulisan makalah ini. Penulis berharap makalah ini bermanfaat bagi banyak orang.

REFERENSI

- [1] Munir. Rinaldi, "Graf.", Informatika. <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> (diakses pada 9 Des 2022)
- [2] Munir. Rinaldi, "Graf.", Informatika. <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf> (diakses pada 9 Des 2022)
- [3] Munir. Rinaldi, "PowerPoint Presentation.", Informatika. <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf> (diakses pada 9 Des 2022)
- [4] K. H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications 8th Edition*. New York: McGraw-Hill Education, 2019, ch.11. Accessed: Des 10, 2022. [Online]. Available: https://imanulhuq.yolasite.com/resources/Discrete%20Mathematics%20and%20Its%20Applications%20-%20e%20-%20Kenneth%20Rosen%29%20%5B9781259676512%5D_compressed-compressed.pdf
- [5] R. J. Wilson, *Introduction to Graph Theory 4th Edition*. London: Longman Group Ltd, 1998, ch.4. Accessed: Des 10, 2022. [Online]. Available: <https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/papers/wilsongraph.pdf>
- [6] Suhadi *et al.*, *Teknik Distribusi Tenaga Listrik, Book 1*. Indonesia: Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Kejuruan, 2008, ch.2. Accessed: Des 10, 2022. [Online]. Available: https://ftp.unpad.ac.id/bse/Kurikulum_2006/10_SMK/Teknik%20Distribusi%20Tenaga%20Listrik%20Jilid%201.pdf

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2020



Akmal Mahardika Nurwahyu Pratama - 13521070